

Corso di Laurea in *Fisica*, a.a. 2018/2019

Analisi (L. Fanelli - G. Galise - M.V. Marchi - A. Terracina)

Appello del 1 luglio 2019

Regolamento. Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso).

Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

Matricola _____
Cognome _____
Nome _____

1. Si considerino la successioni $a_n = \frac{n+3}{n+7} \sin(\frac{n\pi}{4})$,
 $b_n = \frac{n^2+2}{n+1}$

1A la successione $a_n b_n$ è limitata; V F

1B la successione $\frac{a_n}{b_n}$
è convergente; V F

1C la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{b_n}$ è convergente; V F

1D la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n^2}$ è convergente. V F

3. Siano $f(x) = e^x - \cos(x)$, $g(x) = \frac{\sin(2x)}{2}$

3A $f(x) + g(x) = 2x + x^2 + o(x^2)$; V F

3B esiste $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) + g(x)$ V F

3C $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)g(x)}{x^3} = 0$; V F

3D la funzione $f(x) - g(x)$ ammette
in $x = 0$ retta tangente parallela
all'asse delle x . V F

2. Sia $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \geq 0 \\ -x^3 & \text{se } x < 0 \end{cases}$

2A la funzione f è pari; V F

2B $f'(0) = 0$; V F

2C l'equazione $f(x) = \pi$ ha due
soluzioni di segno discorde; V F

2D la funzione f è convessa. V F

4. Sia $F(x) = \int_0^x t^{10} e^t dt$

4A $F'(1) < 0$; V F

4B la funzione $F(x)$ è crescente; V F

4C $F(x) > 1$ per ogni $x > 0$; V F

4D $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x)}{x^{10}} = 1$. V F

5. Data la funzione

$$f(x) = \frac{\log x}{x^2}$$

1. se ne trovi il dominio, si studi il segno e si calcolino i limiti agli estremi degli intervalli in cui è definita;
2. si determinino gli intervalli di crescita, decrescenza, concavità e convessità della funzione;
3. si discuta, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, esistenza e numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = \alpha$;
4. si calcoli il seguente integrale definito:

$$\int_1^e f(x) dx$$

6. Data l'equazione differenziale

$$y'' + y' - 6y = 50 \cos(t) \quad (*)$$

- (i) determinare l'integrale generale dell'equazione omogenea associata;
- (ii) trovare la soluzione dell'equazione (*) con dato iniziale $y(0) = 0, y'(0) = 0$;
- (iii) determinare tutte le soluzioni dell'equazione (*) limitate nell'intervallo $[0, +\infty)$;
- (iv) determinare tutte le soluzioni dell'equazione (*) periodiche in \mathbb{R} .

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome

Matricola

Cognome

Nome